

基礎数学

【三角関数】 プレースメントテスト 解答

●問題 1

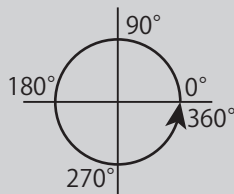
次のア～ウに入る角度を、0～360の間の値で答えなさい。
単位はつけないこと。

- ① $310^\circ + 90^\circ = \boxed{\text{ア}}^\circ$
- ② $20^\circ - 130^\circ = \boxed{\text{イ}}^\circ$
- ③ $260^\circ + 70^\circ \times 8 = \boxed{\text{ウ}}^\circ$

⇒解答

角度は1周、 360° 。

$0^\circ \sim 360^\circ$ の間の数値でないときは、 360° を足したり引いたりしても同じ意味になります。



- ① $310^\circ + 90^\circ = 400^\circ = 400^\circ - 360^\circ = 40^\circ$
- ② $20^\circ - 130^\circ = -110^\circ = -110^\circ + 360^\circ = 250^\circ$
- ③ $260^\circ + 70^\circ \times 8 = 820^\circ = 820^\circ - 360^\circ \times 2 = 100^\circ$

●問題 2

次のエ～キに入る値について、選択肢の中から正しいものを選びなさい。

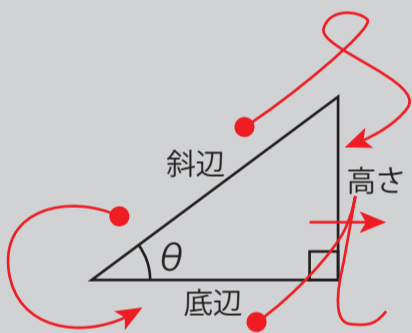
- ① $\sin 60^\circ =$
- ② $\cos 60^\circ =$
- ③ $\tan 60^\circ =$
- ④ $\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ =$

★選択肢

- A) 0 B) 1 C) 2 D) -1 E) $\sqrt{2}$ F) $\sqrt{3}$
- G) $\frac{1}{2}$ H) $\frac{1}{3}$ I) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ J) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ K) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ L) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

⇒解答

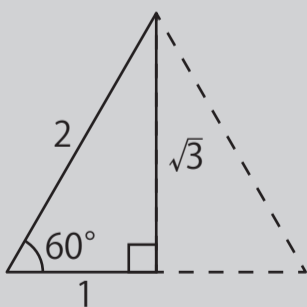
\sin (サイン)、 \cos (コサイン)、 \tan (タンジェント) は、下図のように覚えます。



先 (▶)
根本 (●) つまり、

$$\sin \theta = \frac{\text{高さ}}{\text{斜辺}}$$
$$\cos \theta = \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}}$$
$$\tan \theta = \frac{\text{高さ}}{\text{底辺}}$$

$\theta = 60^\circ$ の三角形は、正三角形を半分に割ったものなので、底辺 : 斜辺 : 高さ = $1 : 2 : \sqrt{3}$ 。



- ① $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- ② $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$
- ③ $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = \left(\frac{\text{高さ}}{\text{斜辺}}\right)^2 + \left(\frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}}\right)^2 = \frac{\text{高さ}^2 + \text{底辺}^2}{\text{斜辺}^2} = 1$$

三平方の定理より「高さ² + 底辺² = 斜辺²」なので！

- ④ $\sin^2 60^\circ + \cos^2 60^\circ = 1$ (どんな角度でも成立します)

●問題 3

次のク～コに入る値について、選択肢の中から正しいものを選びなさい。

① $360^\circ = \boxed{\text{ク}}$ rad

② $15^\circ = \boxed{\text{ケ}}$ rad

③ 半径5m、弧の長さ10mの円弧の中心角は、 $\boxed{\text{コ}}$ rad

★選択肢

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) π F) 2π

G) $\frac{\pi}{2}$ H) $\frac{\pi}{3}$ I) $\frac{\pi}{9}$ J) $\frac{\pi}{12}$ K) $\frac{\pi}{18}$ L) $\frac{\pi}{24}$

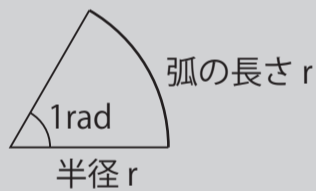
⇒解答

通常の、 $^\circ$ （度）を使う角度の表現方法を度数法と言いますが、

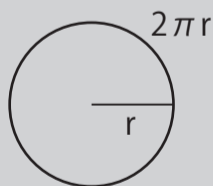
rad（ラジアン）を使う弧度法は、円の半径と弧の長さの比（弧の長さ ÷ 半径）で角度を表わす。

2年のCG実習で習うRhinocerosなどでも、使います。

半径と弧の長さの比が1:1のとき、なす角度は、 $\text{弧の長さ} \div \text{半径} = 1\text{rad}$ 。



① 半径 r の円の、 360° のときの弧の長さは、円周の長さと同じになるので、 $2\pi r$ 。



したがって角度は、 $2\pi r \div r = 2\pi$ (rad) となります。

(ちなみに、 $180^\circ = \pi\text{rad}$ なので、「半円のパイ」と覚えるとよい)

② 15° の場合は、 $2\pi \times \frac{15}{360} = \frac{1}{12}\pi$ (rad)

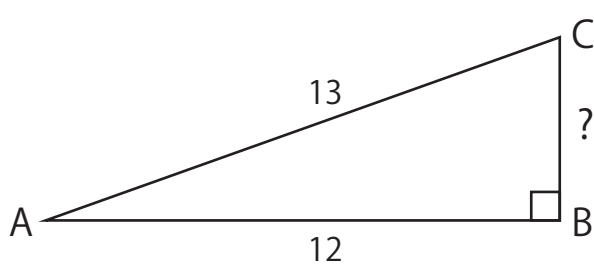
③ 半径5m、弧の長さ10mの円弧の場合、 $10 \div 5 = 2$ (rad)

(π が見つからないのが不思議な感じはありますが…)

●問題 4

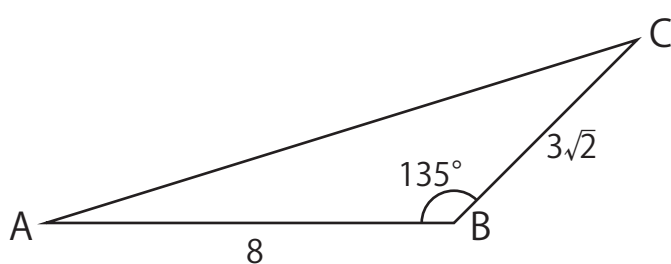
次のサ～スに入る値を答えなさい。
単位はつけないこと。

- ① 下図の辺BCの長さは、

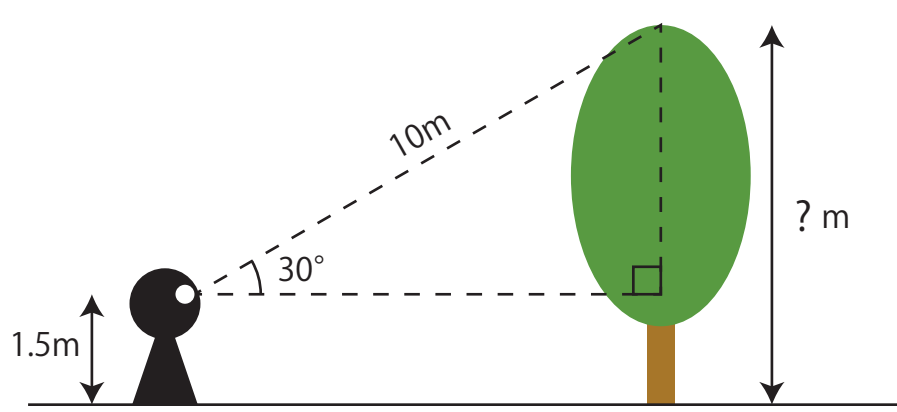


- ② 下図の三角形ABCの面積は、

※ヒント：補助線を引こう



- ③ 1.5mの高さに目がある人が、木のてっぺんを見上げたところ、てっぺんまで距離が10m、角度が30° だった。この場合の木の高さは、 m



⇒解答

- ① 三平方の定理より、 底辺² + 高さ² = 斜辺²

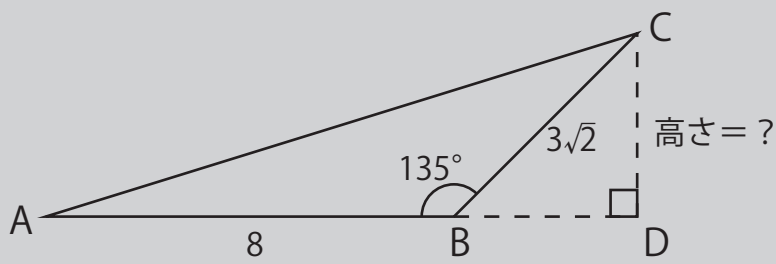
この三角形では、

$$12^2 + \text{高さ}^2 = 13^2$$

これを計算すると 高さ² = 25

よって、 高さ = 5

- ② 三角形の面積を求めるには、底辺と高さが必要なので、下図のように補助線を引く。



$$\angle CBD = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

なので、△BDCは辺の長さの比が1:1:√2 の直角三角形。

したがって高さは、

$$3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3$$

となるので、面積は、

$$8 \times 3 \div 2 = 12$$

ちなみに、図のように2辺の長さとその間の角度がわかっているとき、

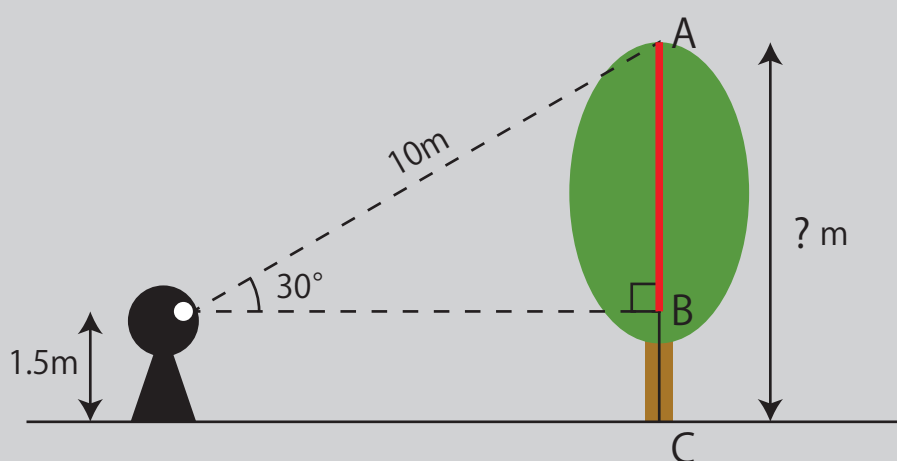
三角形ABCの面積は、一般的に、

$$S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC$$

となります。

$$\text{今回なら、 } S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \sin 135^\circ = 12$$

- ③ 点線の三角形は、辺の長さが1:2:√3 の直角三角形。



したがってABの部分の長さは、

$$10 \times \frac{1}{2} = 5$$

これに、BCの部分（目の高さと同じ）を忘れずに足せば、

$$\text{木の高さ} = 5 + 1.5 = 6.5 \text{ (m)}$$